

$$d\left(\frac{dN_w}{dw}\right) = 0$$

$$= \frac{1}{2} w^{-1/2} - \frac{w^{1/2}}{kT}$$

$$\therefore w_m = \frac{kT}{2}$$

$$w_m = \frac{1}{4} m v_m^2 \quad (44)$$

esto es, la energía más probable no es igual a la energía cinética correspondiente a la velocidad más probable. ¿por qué?

Haces Moleculares

Un haz molecular es un haz colimado formado por partículas neutras y que por lo tanto no pueden colimarse mediante campos eléctricos o magnéticos. Las haces moleculares pueden producirse permitiendo escapar las moléculas por aberturas pequeñas en un recipiente a regiones con presión muy baja. Como el número de moléculas con velocidad v que chocan en la superficie por unidad de área y un de unidad de tiempo es: $\frac{1}{4} dn_v v$

Si el escape de las moléculas no altera el equilibrio apreciablemente, el número de moléculas que se escapan por el agujero con velocidad v por unidad de área y unidad de tiempo esta dado por:

$$\frac{1}{4} v 4\pi n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv$$

donde $n = \frac{N}{V}$ y la velocidad cuadrática media de las moléculas que se escapan será:

$$\bar{v}^2 = \pi m \frac{1}{n_e} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^5 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

$$\int_0^\infty v^5 e^{-\beta v^2} dv = \frac{1}{2\beta} \int_0^\infty v^4 e^{-\beta v^2} d(\beta v^2)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{\beta} \int_0^{\infty} v^3 e^{-\beta v^2} dv \\
&= \frac{1}{\beta^3} \\
\bar{v}^2 &= \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \pi \left(\frac{2kT}{m} \right)^{6/2} \\
&= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{3/2} \frac{n}{n_e}
\end{aligned}$$

El número total de partículas que se escapan es:

$$\begin{aligned}
n_e &= \pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^3 e^{-\beta v^2} dv \\
&= \pi n \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi kT}{m} \right)^2 \\
&= \frac{\pi n}{2} \frac{1}{\pi^{3/2}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2} = \frac{n}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{kT}{2m}} \\
\bar{v}^2 &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2kT}{m} \right)^{3/2} \frac{n}{n \sqrt{kT}} \sqrt{2m} \sqrt{\pi} \\
&= \frac{4kT}{m}
\end{aligned}$$

$$\therefore \bar{v}^2 = v_{rms}^2 = \sqrt{\frac{4kT}{m}} \quad \text{q.e.d.}$$

$$\begin{aligned}
\sqrt{\bar{v}^2} = v_{rms} &= \left\{ \pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} v^2 v dn_v v^2 e^{-\beta v^2} \right\}^{1/2} \sqrt{\frac{n}{n_e}} \\
\sqrt{\bar{v}^2} = v_{rms} &= \sqrt{\frac{4kT}{m}}
\end{aligned}$$

y ésta es mayor que v_{rms} dentro del horno; n_e es el número de partículas que se escapan.