

12. Mecánica de fluidos (Física del medio continuo)

El estudio de la **física del medio continuo** está basado principalmente en dos teorías: (a) la elasticidad que es la propiedad que tienen los cuerpos de cambiar de forma cuando se ejerce sobre ellos una fuerza deformadora, y de recuperar su forma original, cuando la fuerza deformadora deja de actuar, esta teoría se aplica principalmente a los cuerpos sólidos. (b) La **hidrodinámica**, que estudia a los fluidos (líquidos y gases) en movimiento. No obstante, ambas no son más que la extensión natural de las leyes de Newton al medio continuo.

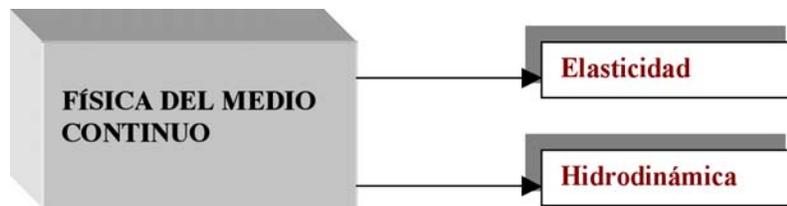


Figura 37. Disciplinas del medio continuo.

En este capítulo estaremos concentrados en la hidrodinámica y como caso particular de esta teoría estudiaremos la hidrostática, es decir, discutiremos la física de los fluidos en reposo. Esta teoría está basada, al igual que en otras situaciones de equilibrio, en la primera y tercera leyes de Newton (ver capítulo de dinámica). Los conceptos que aprenderemos en esta sección son: densidad, presión, fuerza boyante (flotabilidad) y tensión superficial. Por otra parte, en la hidrodinámica discutiremos los siguientes conceptos: flujo de un fluido, línea de flujo, flujo estacionario, tubo de flujo, flujo laminar, etc.

Introducción

Comencemos por definir un fluido. Un fluido es cualquier sustancia que no puede mantener una deformación. es decir, aquella materia que ofrece pequeña, o nula resistencia a las fuerzas tangenciales, o cortantes, que se le aplican. Esta descripción tiene que ver con la forma en que un material responde a las fuerzas externas, y se aplica tanto a líquidos como a gases. La capacidad de fluir hace que el fluido sea incapaz de soportar un esfuerzo cortante. (Voltear un vaso conteniendo agua, etc.)

En términos muy generales, a las sustancias que presentan una resistencia muy pequeña, o nula, a ser deformados se les conoce como **fluidos newtonianos**, en tanto que, a las sustancias que presentan mayor resistencia se les llaman **fluidos no newtonianos**. Como un fluido es completamente deformable, toma la forma del recipiente que lo contiene. El recipiente ejerce una fuerza sobre el fluido, que es normal a la superficie, ya que cualquier componente tangencial ejercería una fuerza cortante sobre él y éste respondería deformándose hasta que desapareciera dicha fuerza.

Puesto que los fenómenos que estudiaremos en la hidrodinámica son macroscópicos, un fluido lo consideramos como un medio continuo. Esto significa que no importando que tan pequeño sea el elemento de volumen en el fluido que estudiemos, éste contendrá un número muy grande de partículas, pero suficientes para que su comportamiento sea insensible a dicho número. En otras palabras, nuestro elemento de volumen será pequeño comparado con el sistema que estemos estudiando, pero, grande comparado con las distancias que hay entre las moléculas y con el número de ellas que componen el sistema. Los fluidos se dividen en: **compresibles** (gases) e **incompresibles** (la mayoría de los líquidos), ver ejercicio 1.1.

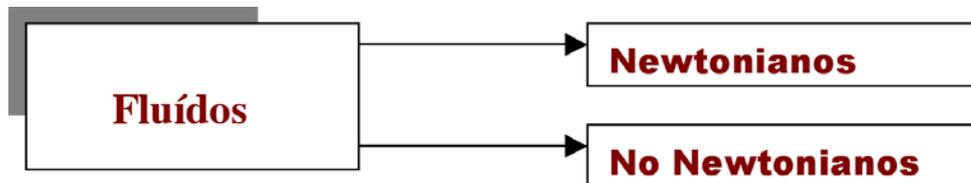


Figura 38. Clasificación general de los fluidos.

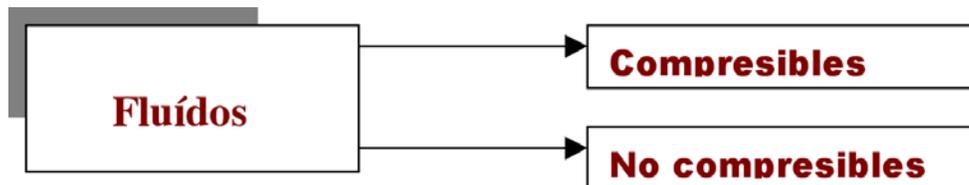


Figura 39. Caracterización de fluidos.

Ejercicio 1.1 Tomemos dos jeringas iguales, una la llenamos con un gas, por ejemplo, humo de cigarro, y la otra con un líquido, por ejemplo, agua. Ahora tape con sus dedos el extremo de las jeringas, ¿en cuál de los dos casos es más difícil comprimir el fluido con el émbolo de la jeringa?

Densidad

Una de las propiedades de los sólidos, líquidos y gases, es la medida de compactibilidad del material, es decir, la **densidad**. La **densidad** ρ , de un material se define como su masa por unidad de volumen. Si el material es homogéneo, como el hielo o el hierro, su densidad es la misma en todo el material. Las unidades de la densidad en el SI son el kilogramo por metro cúbico (kg/m^3). Si la masa m de un material ocupa un volumen V , la densidad ρ es:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

En la tabla 1.1 se muestran las densidades de algunos líquidos y sólidos a temperaturas ordinarias.

Ejercicio 1.2 El osmio, elemento metálico duro de color blanco azulado, es la sustancia más densa de la Tierra, sin embargo, el átomo de osmio tiene una masa menor que la de un átomo de oro, mercurio, plomo o uranio, elementos con densidades menores a la de él. ¿Por qué existe esta situación?

R. La escasa separación de los átomos en un cristal de osmio es la causante de su gran densidad. Caben más átomos de osmio en un centímetro cúbico que otros átomos de mayor masa y más separados entre sí.

Tabla 1.1 Densidades de algunas sustancias			
Material	Densidad(kg/m ³)	Material	Densidad(kg/m ³)
Aire*	1.20	Hierro	7.8 x 10 ³
Aluminio	2.70 x 10 ³	Plomo	11.30 x 10 ³
Benceno	0.90 x 10 ³	Mercurio	13.60 x 10 ³
Sangre	1.06 x 10 ³	Estrella de neutrones	10 ¹⁸
Latón	8.60 x 10 ³	Platino	21.40 x 10 ³
Concreto	2.00 x 10 ³	Agua de mar	1.03 x 10 ³
Cobre	8.90 x 10 ³	Plata	10.50 x 10 ³
Etanol	0.81 x 10 ³	Acero	7.80 x 10 ³
Glicerina	1.26 x 10 ³	Agua	1.00 x 10 ³
Oro	19.3 x 10 ³	Estrella enana blanca	10 ¹⁰

*(1 atm, 20°C)

La **gravedad específica o densidad relativa** de un material se define como el cociente de su densidad entre la densidad del agua; esta cantidad no tiene unidades, es simplemente, un número. Por ejemplo, la densidad relativa del aluminio es 2.7, es decir, es 2.7 veces la densidad del agua ($\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$).

$$\rho_{\text{relativa}} = \frac{\rho_{\text{material}}}{\rho_{\text{agua}}}$$

(El término “gravedad específica” no tiene nada que ver con la gravedad, es mejor utilizar el término densidad relativa).

La presión en un fluido

Cuando un fluido esta en reposo ejerce una fuerza perpendicular sobre cualquier superficie que este en contacto con él, cómo las paredes de un recipiente o la superficie de un cuerpo que esté sumergido en el fluido.

Definimos la presión p , en un punto del fluido, como el cociente de la fuerza normal dF_{\perp} entre el área donde dA , donde se aplica la fuerza:

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA}$$

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área A , entonces

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

La unidad de la presión en el SI es el **pascal** y es igual a 1 N/m^2

$$[p] = 1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa}$$

En meteorología se utilizan otro tipo de unidades, el *bar*, igual a 10^5 Pa , por lo tanto, *1 milibar* será igual a 100 Pa .

A nivel microscópico, la presión ejercida por un fluido sobre una superficie en contacto con él, es causada por colisiones de moléculas del fluido con la superficie. Como resultado de la colisión, la componente del ímpetu ($P = mv$) de una molécula perpendicular a la superficie se invierte. La superficie ejerce una fuerza impulsiva sobre la molécula y de acuerdo con la 3ª Ley de Newton, las moléculas ejercen una fuerza de igual magnitud perpendicular a la superficie. El resultado neto es una fuerza de reacción ejercida por muchas moléculas sobre la superficie, misma que origina la presión en la superficie. (Ver capítulo sobre Teoría Cinética de los Gases)

Ejemplo: Encontrar la masa, y el peso del aire contenido en el salón de clases. Supongamos que el salón tiene las siguientes dimensiones: $4.0\text{m} \times 5.0\text{m}$ de piso y 3.0m de alto. ¿Cuál sería la masa y el peso de un volumen igual de agua?

R. El volumen del salón es $V = (3.0 \text{ m})(4.0 \text{ m})(5.0 \text{ m}) = 60 \text{ m}^3$. La masa m la obtenemos a partir de la ecuación de la densidad:

$$m_{\text{aire}} = \rho_{\text{aire}} V = (1.2 \text{ kg/m}^3)(60 \text{ m}^3) = 72 \text{ kg.}$$

Por lo tanto, el peso del aire es:

$$w_{\text{aire}} = m_{\text{aire}} g = (72 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 706 \text{ N} = 0.1 \text{ toneladas}$$

La masa de agua contenida en un volumen igual al del salón de clases es:

$$m_{\text{agua}} = \rho_{\text{agua}} V = (1000 \text{ kg/m}^3)(60 \text{ m}^3) = 6.0 \times 10^4 \text{ kg.}$$

Finalmente, su peso es:

$$\begin{aligned} w_{\text{aire}} &= m_{\text{aire}} g \\ &= (6.0 \times 10^4 \text{ kg.})(9.8 \text{ m/s}^2) \\ &= 5.9 \times 10^5 \text{ N} \approx 60 \text{ toneladas} \end{aligned}$$

Presión atmosférica p_{atm} , es la presión que ejerce la atmósfera terrestre sobre la Tierra. Esta presión varía con los cambios de clima y con la altura. La presión atmosférica *normal* a nivel del mar, tiene un valor promedio de:

$$p_{\text{atm}} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm} = 1.013 \text{ bar}$$

Ejemplo: Calcular la fuerza total sobre el piso del salón de clases descrito en el ejemplo 1.1 si la presión del aire es de 1.00 atm .

R. El piso del salón de clases tiene un área $A = (4.0\text{m})(5.0\text{m}) = 20\text{m}^2$. Utilizando la ecuación de la presión podemos encontrar la fuerza, es decir,

$$\begin{aligned}
 F &= pA \\
 &= (1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2) (20\text{m}^2) \\
 &= 2.0 \times 10^6 \text{ N} = 225 \text{ toneladas}
 \end{aligned}$$

La magnitud de esta fuerza es más que suficiente para colapsar el piso. ¿porqué no se colapsa éste? Porque hay una fuerza hacia arriba que actúa sobre el otro lado del piso. Si despreciamos el grosor del piso, la fuerza que va hacia arriba es exactamente igual a la fuerza que actúa hacia abajo sobre el piso, y por lo tanto la fuerza total debida a la presión del aire es cero.

La ley de Pascal

Si el peso de un fluido puede despreciarse, su presión es la misma en todo el fluido líquido. Sin embargo, nuestra experiencia nos dice que el peso de los fluidos no es despreciable, por ejemplo, la presión atmosférica es mucho más grande a nivel del mar que en la cima de las montañas. O cuando nos sumergimos en una alberca, la presión va aumentando conforme nos alejamos de la superficie.

A continuación deduciremos una relación general entre la presión p en cualquier punto del fluido y la altura y de dicho punto. Si el fluido está en equilibrio, cualquier elemento de volumen también lo está. Aquí supondremos que la densidad ρ y la aceleración debida a la gravedad g son las mismas en todo el fluido. Consideremos un elemento de fluido con altura dy , con tapas inferior y superior de área A , que están a una altura y y $y+dy$ respectivamente (Fig. 40). Por lo tanto, el volumen, la masa y el peso de elemento del fluido son, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 dV &= A dy \\
 m &= \rho dV \\
 m &= \rho A dy \\
 w &= dm g \\
 w &= \rho g A dy
 \end{aligned}$$

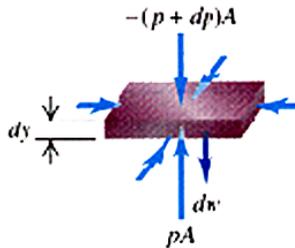


Figura 40. Fuerzas que actúan sobre un elemento de fluido en equilibrio.

Además de su peso, ¿cuáles son las otras fuerzas que actúan sobre el elemento del fluido? Si p es la presión que se ejerce sobre la tapa inferior del elemento de fluido, entonces, la componente y de la fuerza que actúa sobre esa tapa es pA . La presión en la tapa superior es $p+dp$, entonces la componente y de la fuerza será $-(p+dp)A$. Como el elemento de fluido está en equilibrio, la suma de las fuerzas que actúan a lo largo del eje $-y$ será igual a cero:

$$\sum F_y = 0$$

$$\rho A - (\rho + dp) A - \rho g A dy = 0$$

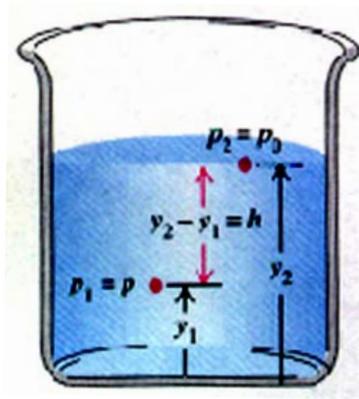


Figura 41. La presión a la profundidad $h = y_2 - y_1$ en un líquido es mayor que la presión en la superficie por un factor ρgh .

Dividiendo entre el área A , encontramos:

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

Esta ecuación muestra que cuando aumentamos y , la presión p disminuye, tal como lo esperábamos. Si p_1 y p_2 son las presiones en y_1 y y_2 y si ρ y g son constantes, obtenemos la siguiente ecuación:

$$p_2 - p_1 = \rho g (y_2 - y_1)$$

Apliquemos esta ecuación a un líquido que se encuentra dentro de un recipiente (Fig. 41). Tomemos un punto 1 a cualquier nivel del líquido y sea p la presión en dicho punto. Tomemos un punto 2 en la superficie del líquido, donde la presión es p_0 . Entonces

$$p - p_0 = \rho g (y_2 - y_1)$$

$$p = p_0 + \rho g (y_2 - y_1) = p_0 + \rho gh$$

la presión en la superficie es menor que la presión en un punto que se encuentra a una profundidad h en el líquido por una cantidad ρgh .

La ecuación nos muestra lo siguiente: al aumentar la presión p_0 en la superficie, posiblemente introduciendo un pistón que ajuste dentro del recipiente y empujándolo hacia abajo sobre la superficie del fluido, la presión p a cualquier profundidad aumentará exactamente la misma cantidad.

Este hecho fue reconocido en 1653 por el científico francés Blaise Pascal (1623-1662) y es conocido como la **ley de Pascal**: **la presión aplicada aun fluido que se encuentra dentro de un recipiente se transmite unidireccionalmente a cualquier punto del fluido y de las paredes del contenedor.**

Por lo tanto, la presión es la misma en cualquier dirección, y ésta depende únicamente de la profundidad.

Una de las múltiples aplicaciones de la ley de Pascal es el funcionamiento del elevador hidráulico (Fig.42). Este consiste en un pistón de sección transversal A_1 que ejerce una fuerza F_1 sobre la superficie de un líquido, por ejemplo aceite. La presión que ejerce el pistón sobre el fluido es $p = F_1/A_1$ y se transmite a través de un tubo en forma de U que conecta a un gran pistón de sección transversal A_2 .

Como la presión aplicada es la misma en ambos cilindros, la relación entre fuerzas aplicadas y áreas es la siguiente,

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \text{y} \quad F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Por lo tanto, la fuerza aplicada F_2 será mayor que F_1 por un factor que es igual al cociente de las áreas de los pistones $\frac{A_2}{A_1}$. Sillones de dentista, gatos hidráulicos, muchos elevadores, y frenos hidráulicos utilizan este principio para su funcionamiento.

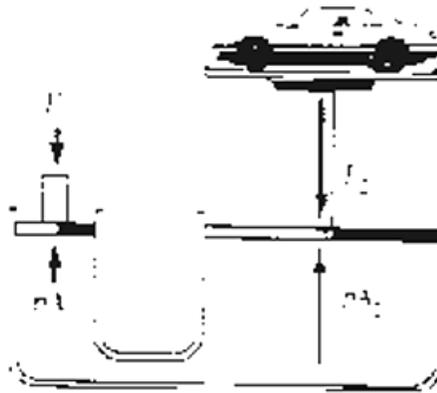


Figura 42. El funcionamiento de elevadores hidráulicos se basa en la ley de Pascal. Una fuerza $F_1 = pA_1$ se relaciona con una segunda fuerza $F_2 = pA_2$, de modo que $F_2/F_1 = A_2/A_1$

Es importante recordar que la suposición de que la densidad ρ es constante, funciona razonablemente bien para los líquidos, los cuales son relativamente incompresibles, mientras que para los gases es válido solamente si las distancias verticales son muy pequeñas.

¿Que pasaría si la presión dentro de la llanta de un automóvil fuera igual a al presión atmosférica? Simple y sencillamente, sería un poco difícil mover el automóvil ya que la llanta no podría soportar el peso del carro y por lo tanto estaría completamente baja. Es decir, para que la llanta soporte al automóvil la presión dentro de ella tiene que ser más grande que la atmosférica.

Cuando decimos que la presión en la llanta de un carro es de 32 lb/in^2 (220 kPa), significa que la presión que medimos es 32 lb/in^2 más grande que la presión atmosférica (14.7 lb/in^2 ó $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$).

El exceso de presión se le conoce como **presión manométrica**, y a la presión total se le llama **presión absoluta**.

Los ingenieros utilizan las abreviaciones **psig y psia** para denotar libras por pulgada cuadrada manométrica (pounds per square inch gauge) y libras por pulgada cuadrada absoluta (pounds per square inch absolute) respectivamente. Sin embargo, por acuerdo internacional el sistema inglés de unidades está casi en desuso excepto en los EUA.

Si la presión es menor que la atmosférica, como un vacío parcial, la presión manométrica será negativa.

Ejemplo 1.3. Un sistema de calentamiento solar de agua utiliza paneles solares sobre la tapa del tanque de almacenamiento que tienen una altura de 12.0 m. La presión en el nivel de los paneles es de una atmósfera. Calcular la presión absoluta en el tanque. ¿Cuánto vale la presión manométrica?

R. De $p = p_0 + \rho gh$ podemos encontrar la presión absoluta:

$$p = (1.01 \times 10^5 \text{ Pa}) + (10^3 \text{ kg/m}^3) (9.8 \text{ m/s}^2) (12\text{m})$$

$$p = 2.19 \times 10^5 \text{ Pa} = 2.16 \text{ atm}$$

La presión manométrica es:

$$p - p_0 = (2.19 - 1.01) \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= 1.18 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.16 \text{ atm}$$